الجذور الأولى للعدّ والحساب في الحضارات القديمة وادي الرافدين نموذجاً

وريدة علي محمد المنقوش
قسم التاريخ/كلية التربية
Warida. Almangoush @ gmil. com

الملخص:

أن نزعة الإنسان الفطرية إلى حب التملّك كانت دافعاً مهماً نحو سعيه للبحث عن أي وسيلة يمكن أن يمثّل أو يجسّد بها ممتلكاته بشكل رمزي، وهنا بدأ يخطو أولى الخطوات في طريق استحداث ما يُعينه على بلوغ غايته، وقد ترتب على ذلك أن ظهرت بذور علم الحساب الذي نما ببطء شديد ليتصدّر كل العلوم منذ الأزل، وليس أدل على ذلك من تغلغل الحساب في معظم شؤون الحياة اليومية للبشر مهما كانت درجة رقيهم أو انحطاطهم. ليس من السهل تحديد المدة الزمنية التي استغرقها الإنسان الأول لابتكار أساليب وطرق للعدّ والحساب، وكل ما كان بوسعه القيام به حينذاك هو تقدير كمية أي شيء بقليل أو كثير دون التزام بوزن أو عدد. ولا شك أن التوصل إلى اعتماد أساليب وأدوات بعينها لإجراء عمليات العدّ والحساب كان بمثابة ثورة في حياة البشر، ولعل أولى المحاولات التي قام بها الإنسان في هذا الصدد هي تلك العلامات والإشارات التي تركها على جدران الكهوف وعلى الصخور والأحجار، والحزوز التي كان ينفّذها على عظام بعض الحيوانات وعلى العصي وجذوع الأشجار والتي تبيّن مدى اهتمامه بالعدّ والحساب في زمن سبق اختراعه للكتابة.

Man's innate tendency to love possession was an important motivation towards his quest to search for any means by which he could symbolically represent or embody his possessions. He grew very slowly to be at the forefront of all sciences from time immemorial, and no proof of that is the penetration of account into most of the daily affairs of human beings, regardless of the degree of their sophistication or decadence. It is not easy to determine the length of time it took the first human to devise methods and methods of counting and arithmetic, and all he could do at that time was to estimate the quantity of anything by little or much without committing to a weight or number. There is no doubt that reaching the adoption of certain methods and tools to carry out the counting and calculation operations was a revolution in human life, and perhaps the first attempts made by man in this regard were those signs and signals that he left on the walls of caves and on rocks and stones, and the grooves that he used to make on the bones of some Animals, sticks and tree trunks, which indicate the extent of his interest in counting and arithmetic in a time that was previously invented for writing.

كلمات مفتاحية: الحساب- العدّ- وادي الرافدين

المقدمة

يُعرّف الحساب بأنه العدّ والإحصاء (المعجم الوسيط، 2004، ص171)، وأنه صناعة عملية في حساب الأعداد بالضم والتفريق؛ فالضم يكون في الأعداد بالإفراد وهو الجمع، وبالتضعيف وهو الضرب، أما التفريق فيكون في الأعداد إما بالإفراد كإزالة عدد من عدد ومعرفة الباقي وهو الطرح، أو تقسيم عدد على عدد بأجزاء متساوية وهو القسمة (ابن خلدون، 2004، ج2، ص254)، والعدد لغةً مشتق من الجذر (ع،د،د)، وهو إحصاء الشيء، يُقال: عدّه يعدّه عدّاً وتعداداً وعدداً (ابن منظور، 2003، م6، ص116)، واصطلاحاً هو ما دل على واحد أو أكثر مرقوماً برموز حسابية مثل 1،2،3، أما اسم العدد فهو ما يُطلق على الرموز الحسابية مكتوباً بالحروف، بمعنى آخر هو الكلمات المصطلح عليها في اللغة للدلالة على الأشياء التي يُرمز إليها بالأرقام (التميم، 2008، ص8). أما الرقم لغةً فهو

استلمت الورقة بتاريخ 27 سبتمبر 2020، وروجعت بتاريخ 10 أكتوبر 2020، وقبلت بتاريخ 14 أكتوبر 2020، ومتاحة على الانترنت بتاريخ 20 أكتوبر 2020

الكتابة والختم، والأصل فيه الكتابة (ابن منظور،2003، م4، ص220)، واصطلاحاً هو علامات الأعداد من (1-10) بما فيها الصفر (التميم، 2008، ج12، ص9). وإجمالاً يمكن القول بأن العدد والرقم بمعناهما الاصطلاحي هما اسمان لمُسمى واحد؛ ذلك أن العدد هو ما دلّ على واحد أو أكثر مكتوب برموز حسابية أي أرقام، أما التداخل الواقع بين العدد واسم العدد فهو ناتج عن استعمال اللغويين لمصطلح العدد قاصدين به اسم العدد أو أسماء الأعداد والتي هي المفردات المصطلح عليها لغوياً للدلالة على رموز الأعداد أي الأرقام، ويُلاحظ أن القواعد النحوية الخاصة بأسماء الأعداد في أغلب كتب النحو يتم تصنيفها تحت عنوان العدد من باب التخفيف والتيسير (التميم، 2008، ص9).

ليس من السهل تحديد بداية ظهور أي علم من العلوم، ولكن يمكن القول بأن نشأة العلوم غالباً ما تزامنت مع اتجاه البشر نحو الاستقرار؛ ذلك أن اكتشاف الزراعة ربما كان الدافع لظهور الهندسة لقياس الأراضي المزروعة وتحديدها، ولعل الفلك نشأ عن الحاجة إلى وضع التقاويم لتحديد فصول السنة وتطوّر مع تقدم الملاحة البحرية، كما كانت التجارة سبباً في تطوّر الحساب، في حين كانت الصناعات المختلفة الدافع وراء نشأة الكيمياء والفيزياء...الخ (ديورانت، 2001 م1/ج1، ص134).

إن علم الحساب يُعد من أقدم العلوم وأكثرها اتصالاً بحياة الإنسان العملية؛ ذلك أن مختلف المجتمعات البشرية مهما كانت درجة تقدمها أو تخلفها هي بحاجة إلى تبنّي وسيلة أو طريقة للعدّ والحساب، وكلما تطورت صارت أكثر احتياجاً لإجراء عمليات عدّ أوسع وأكثر تعقيداً (الحميده، 1975، ص21)، ولا شك أن الإنسان الأول قد عدّ زمناً طويلاً قبل توصله إلى معرفة القراءة والكتابة (الصيادي، 2008، ص14)

على مدار العقود العديدة الماضية، اكتشف علماء الآثار العديد من الأدلة التي تُشير إلى أن القدماء كانوا يُولون اهتماماً للكميات، وإن لم يمثلوها على هيئة كتابة رمزية مكتملة الملامح، بل أنهم جسدوها في شكل علامات مرسومة على جدران الكهوف، أو منقوشة على الخشب والعظام والعصي، وهي علامات رمزية من حيث إنها ترمز إلى شيء ما، لكنها لا تُمثل الكميات بطريقة مجردة تماماً كالأرقام الفعلية المعروفة حالياً؛ فالرقم سبعة على سبيل المثال يُشير إلى مجموعة تتكون من سبعة عناصر، بصرف النظر عن نوع تلك العناصر، هذا المفهوم لم يكن معروفاً آنذاك. وبشكل عام يمكن تسمية تلك العلامات البدائية أرقام ما قبل التاريخ فهي مؤشرات شبه رمزية على الأرقام الحالية (أفريت، 2020، ص37).

إن أولى الدلائل الأثرية عن محاولات قام بها الإنسان الأول في العدّ تم العثور عليها بمنطقة نائية على الحدود الشرقية لجنوب أفريقيا الحالية، يعود تاريخها إلى ما بين 43.000-44.000 عام، وهي عبارة عن عظمة ساق لقرد من فصيلة البابون نُقش على أحد جوانبها (29) خطاً يُرجح أنها كانت تُستخدم لتتبّع دورة القمر، ولعل في ذلك ما يؤكد أن البشر في بعض مناطق العالم القديم كانوا يسجلون الكميات بطريقة مادية منذ عشرات آلاف السنين (أفريت، 2020، ص43). وحوالي عام 1937م عُثر في شرقي أوروبا على عظمة ذئب حُزّت عليها (55) علامة موزّعة على سلسلتين تتألف كل منهما من مجموعة صغيرة من خمس وحدات، وترجع تلك العظمة إلى ما بين 20.000-30.000 عام، ولعلها تخص صياداً كان يحزّ تلك العلامات كلما اصطاد فريسة أو كلما مرت ليلة بعد خروجه إلى الصيد، وقد ارتكزت هذه الفرضية على اكتشافات أخرى مشابهة (الخوري، 2002، ص ص13-14).

وحوالي عام 1960م تم اكتشاف عظمة ساق لقرد بابون أيضاً في الكونغو، قُدّر عمرها بحوالي 20.000 عام، ويبلغ طولها حوالي (15) سنتيمتر، توجد على جوانبها (3) أعمدة من الخطوط التي تظهر عليها علامات تنتظم في شكل مجموعات. يبرز من أحد طرفي العظمة سن معدنية مدببة مُلحقة بها، ويبدو أنها كانت تُستخدم في النقش، ويُرجح أن تلك العظمة كانت بمثابة جدول مرجعي عددي

لشخص ما كان يحملها معه بينما يقوم بتسجيل كمية عناصر أو ما شابه بشكل مفصّل على عظمة أخرى أو قطعة خشب (أفريت، 2020، ص ص42-43).

وفي إطار التنقيبات الأثرية بجنوب شرق أمريكا تم اكتشاف جزء من قرن غزال يعود تاريخه إلى حوالي 10.000 عام مضت، توجد على جانب القرن مجموعة من الخطوط المنقوشة، وهي خطوط منتظمة للغاية، ويبلغ طول كل منها (5) ملليمترات تقريباً، ويُلاحظ أن المسافة بين الخطوط متسقة إلى حد كبير مما يُوحي بأن هذه العلامات قد نُقشت عن قصد وبشكل منهجي، وبجوار هذه العلامات تُوجد نقوش صغيرة يوازي كل منها الخطوط الأكبر، وتُوحي تلك الخطوط الثانوية الصغيرة بأنها نُقشت لاستخدامها في متابعة تقدم شيء ما. هذه القطعة من القرن ربما تكون أقدم أداة معروفة في العالم الجديد تم استخدامها لأهداف تتعلّق بالتقويم (أفريت، 2020، ص38). ولما كانت تلك المنطقة بمثابة موقع للصيد في العصر الحجري، فمن المُحتمل أن تكون العلامات الموجودة على القرن قد حُزت لتمثّل الأيام أو الليالي؛ ذلك أن أطوار القمر قد تؤثر في عمليات الصيد من حيث تغيّر سلوك بعض الحيوانات، فضلاً عن تأثير ضوء القمر على حدّة إبصار الصيادين ليلاً، وبالتالي فإنه من الأرجح أن المصفوفة المنقوشة على القرن -والتي تتكون من (29) خطاً-كانت تُمثل عدد الأيام في الشهر القمري الذي يمتد على مدار (29) يوماً ونصف اليوم في المتوسط (أفريت، 2020، ص40).

إن العدّ والحساب سبق سائر العلوم الرياضية الأخرى، وكان من أقدم ما عرف البشر من مهارات تم تداولها على صعيد الأنشطة اليومية، ولعل ذلك حدث قبل ظهور اللغة المكتوبة وتطور بزمن طويل، ومن المأثور في هذا السياق القول بأن الرياضيات هي ملكة العلوم، والحساب هو ملك الرياضيات فهو دعامة الرياضيات بحتة كانت أو تطبيقية (سليمان، 1995، ص298). وبالرغم من أن الإنسان آنذاك كان بعيداً عن تطوير منظومة عملية للعدّ إلا أن ذلك لا يمنع قدرته على العدّ بطريقة المقارنة أو المطابقة مع أشياء ثابتة ومقسّمة إلى مجموعات يحملها معه دوماً كأصابع اليدين والقدمين والنقاط الرئيسة والمميزة في جسمه (الخوري، 2002، ص15)، والجدير بالذكر إن حساب المقارنة هو أول ما تعلّم الإنسان القديم من علوم الحساب؛ حيث كان يقارن عدداً من صنف معيّن بعدد آخر من صنف آخر دون أن يلجأ إلى العدّ؛ حيث كانت الجماعات البدائية تستخدم هذه الطريقة في العدّ لضبط أعداد المواشي، وكميات الحبوب أو الثمار وغيرها عن طريق حز خطوط على أشياء صلبة، أو بواسطة أصداف أو حصى يجعلونها على هيأة أكوام (الحميده، 1975، ص ص16-17)، كما أُستخدمت الحبال لدى المجتمعات البدائية على نطاق واسع لفائدتها وسهولة حملها، وكانت العُقد التي تُعقد في الخيط أو الحبل، وكذلك عددها وشكلها ولونها كُل منها يُعبّر عن أشياء معينة، وقد شاع استخدام الحبال على نطاق واسع في حضارة (Inca- الإنكا) [1]؛ حيث كان السكان يُطلقون عليها اسم (quipu-كيبو)، وهي تتكون من حبل رئيس واحد من الصوف أو القطن وعدد من الحبال الفرعية المثبتة عليه بالعُقد، وتشير الأنواع المختلفة من العُقد إلى أرقام مختلفة بُنيت على ترتيب عشري بحسب اللون والموضع ونوع العُقد وموضع الحبل الفرعي من الحبل الرئيس ونمط تشابكه مع غيره من الحبال (براون، 2010، ص ص 244-245)، وكذلك عرف البشر عصي العدّ أيضاً وتسمى بيركا (Berka) وتكاد توجد في كل مكان، وهي عبارة عن قطع خشبية يتم خدشها لعدّ الحيوانات أو أشياء أخرى، في حين كانت تُشق طولياً لأغراض التعاملات التجارية بحيث يحتفظ كل طرف بما يشبه الوثيقة لما تم الاتفاق عليه من عمليات مقايضة أو تبادل (فرانشيشتي، 2015، ص504)، وفي الصين القديمة وبلاد الفرس أُستخدمت الخيوط ذات العُقد ، بينما استخدم الهنود الحمر والزنوج الأفارقة وسائل عدة كالأصداف والمحار المشكوك بالخيوط كوسائل للعدّ والحساب (سليمان، 2000، ص ص36-37).

(1) حضارة الإنكا، ظهرت جنوب البيرو بأمريكا الجنوبية؛ حيث برز الإنكا كمجموعة إقليمية مسيطرة وشرعوا في بناء إمبراطوريتهم التي اعتمدت على شبكة من الطرق امتدت لآلاف الكيلومترات لخدمة الجيوش ونقل السلع، كما توسعوا في الزراعة وصنع المنسوجات (براون، 2010، ص242-243).

خلال مئات الآلاف من السنين كان البشر يعبّرون عن الأعداد بالكلام قبل الشروع في كتابتها، وعادةً ما يبدأ التمثيل الرمزي للأعداد بأسلوب غير مكتوب باستعمال طرق أخرى كالإشارات الجسدية، أو الإشارة إلى الأشياء التي يُراد عدّها، أو بإحداث خدوش باستخدام الأصابع، أو بعلامات على الأرض، أو في الرمل، أو بصفوف من الحصى، أو بأكوام من الأصداف، أو الخرز، وفي الحالات النادرة التي كان يتم فيها وضع سجلات دائمة للأعداد فإن تلك الأعداد كانت تُرتب على النمط التجميعي نفسه؛ أي أنه كلما أُضيفت حصاة إلى كومة الحصى مقابل كل إضافة جديدة للعدد، كان يجري إضافة نقطة أو خط أو خدش إلى الحساب المكتوب (ماكليش، 1999، ص30)، ولا شك أن هذا شكّل إنجازاً عظيماً في حينه.

ليس من السهل معرفة بداية تطبيق فكرة العدّ وابتكار الأرقام، ولكن يبدو أن الرقم (1) جاء من فكرة الوحدانية، أما فكرة الثنائية أو الازدواج فهي واضحة في الطبيعة، وأجزاء جسم الإنسان، فضلاً عن الضدية الجنسية بانقسام البشر والحيوانات إلى ذكور وإناث، بالإضافة إلى ظاهرة ثنائية الأشياء فهي حارة أو باردة، كبيرة أو صغيرة، بعيدة أو قريبة، جافة أو رطبة وما إلى ذلك، ثم لم يلبث الإنسان أن تنبه إلى وجود جهات أربع عن يمينه ويساره وأمامه وخلفه، وجهة أخرى خامسة هي المركز، وجهتان أخريان فوقه وتحته، ومن هنا نشأت التصورات الخمسية والستية والعشرية، وقد تميّز من بينها التصور الخمسي واكتسب قوة لارتباطه بأصابع اليد الخمسة، ثم توالت المجموعات الأكبر كالعشرة والعشرين بشكل طبيعي لتصبح بمثابة البذور الأولى لعلم الحساب (سارتون، 1991، ج1، ص ص52، 54)، ويبدو طبيعياً العدّ في مجموعات من (5) من خلال لمس الأصابع أثناء العدّ، وأكبر مجموعة بعد ذلك هي (10) مجموع أصابع اليدين، ومع إضافة القدمين يمكن العدّ إلى (20)، ويُلاحظ في كثير من اللغات أن لأصول بعض أسماء الأعداد علاقة ببعض أعضاء الجسم (ماكليش، 1999، ص21)، وعلى سبيل المثال فإن السومريين [1] بوادي الرافدين كانوا يطلقون على الأرقام من (1-5) أسماء أصابع اليد على النحو التالي: (1 آش aš) خنصر، (2 مين min) بنصر، (3 إش eš) وسطى، (4 ليمو lummu) سبابة، (5 آي i) إبهام (حلو، 1989، ص344)، والجدير بالذكر أنه توجد اليوم بعض القبائل البدائية في مناطق نائية من العالم لم يتجاوز فهمها للعدد مرحلة واحد، اثنان، كثير (ماكليش، 1999، ص20)، انظر الهامش (2) أسفل الصفحة [2].

لقد شجع نموذج العدّ القائم على أعضاء الجسم على ابتكار الأعداد؛ حيث انبثقت أسماء الأعداد نتيجة الارتباط بين الأصابع وبين الكميات التي يمكن أن تُستخدم لتمثيلها، إن أسماء الأعداد الأساسية شكّلت عاملاً مشتركاً بين العديد من اللغات؛ ذلك أن معظمها توظف نموذجاً بيولوجياً يستند إلى أعضاء الجسم يتضح ذلك في أساسات أعدادها (أفريت، 2020، ص ص80-81). ويمكن القول بأن عملية العدّ في بداياتها قد تألفت بصورة عامة من مقارنة الأشياء المطلوب عدّها بما يقابلها من أشياء مألوفة لدى الإنسان آنذاك (التميم، 2008، ص6).

إن العدّ على الأصابع يُسهم في تعزيز حقيقة أن الكلمات التي تعبّر عن اليد أو الأيدي كثيراً ما تمثّل المصدر التاريخي للأعداد، وتتضح هنا أهمية الأصابع في إحراز تقدم نحو التفكير العددي المعقد، ولعل ذلك يرجع إلى سببين؛ الأول: أن الأصابع مميزة لأنها أول الوحدات المنفصلة التي يصادفها

([1]) السومريين، ثمة خلاف في الآراء حول أصل السومريين، ومن ذلك القول بأنهم وفدوا من خارج وادي الرافدين استناداً إلى اختلاف لغتهم عن لغات الأكديين والبابليين وغيرهم، ويرجح أن يكونوا من شمال وادي الرافدين، وأنهم استوطنوا تلك المنطقة في العصور الحجرية ثم نزحوا تدريجياً إلى مناطق جنوب السهل الرسوبي والمعروف باسم سهل سومر، ومنه جاءت تسميتهم بالسومريين، وتعود بداية تاريخهم إلى الألف السادسة قبل الميلاد بعد أن استقروا جنوب العراق وكونوا دويلات المدن السومرية فيما يُعرف بفجر عصر السلالات، ومن مدنهم أور ونيبور ولارسا ولجش واريدو، وقد عُرف الكثير عن تاريخهم من بقايا الرُقم الطينية المدونة بالخط المسماري والتي تشير إلى أنهم ابتكروا وطوروا الكثير من العلوم والمعارف (أبو طالب، 2015، ص ص84-85).

([2]) من أمثلة ذلك أن سكان جزيرة (تسمانيا-Tasmania) بأستراليا يعدّون: (بارمري، كالاباوا، كارديا) أي واحد، اثنان، كثير، وأن أقصى ما وصلته قبيلة (جواراني-Guaranis) بالبرازيل في العدّ هو: واحد، اثنان، ثلاثة، أربعة، كثير (ديورانت،2001، م1/ج1، ص134).

الإنسان في حياته بشكل فعلي، والثاني: هو أن الأصابع متطابقة على نحو متناظر؛ ذلك أن كل إصبع له شبيه في اليد المقابلة، وهذا التناظر الموجود في أيدي وأصابع البشر، وتعرّضهم المستمر له في حياتهم التي تعتمد على اليدين هو ما دفع إلى إدراك إمكانية الربط بين مجموعتين تتكون كل منهما من خمسة عناصر، وبالتالي تأسست علاقة التطابق بين الأصابع وأحجام مجموعات كبيرة من خمسة أو عشرة (أفريت، 2020، ص ص192-193)، وبشكل آخر يمكن القول إن العدّ كان في تلك المرحلة عبارة عن حفظ شكلي لتتالي نقاط ثابتة بشكل منتظم دون أن يعني ذلك معرفة أن كل نقطة مرتبة في هذه المتتالية تمثّل عدداً أو معنى مجرد ما، وهكذا فقد مرّ زمن طويل قبل أن يحوّل الإنسان القديم اللفظ إلى معنى مقترن بالترتيب العددي (الخوري، 2012، ص16).

إن اختراع أنظمة عددية معقّدة حينها اعتمد عادة على المساواة الكمية بين الأصابع وعناصر محددة، وعلى مرّ الزمن اكتشف الإنسان هذا التطابق المنتظم بين الكميات ثم نجح في توثيق هذا التطابق الكمي، وقد كان ذلك في معظم الأحيان من خلال تسمية تطابُقٍ كمّي محدد باسم الكلمة المستخدمة في لغة هذه الجماعة أو تلك للتعبير عن اليد، وعند استخدام تلك التسميات بالفعل تم اختراع أدوات رمزية سهّلت الإشارة إلى الكميات المعنية المحددة وتمييزها بعد ذلك، كما سمحت أيضاً بإيصالها إلى عقول الآخرين (أفريت، 2020، ص194).

ومن اللافت أن غالبية الشعوب القديمة التي تقدمت في ركب الحضارة اتجهت تلقائياً نحو استعمال القاعدة العشرية، ولعل الإنسان الأول حينما استخدم تلك القاعدة في الحساب أدرك أنه لا نهاية لما يمكن أن يقوم به من تكرار لهذه العملية كلما دعت الضرورة، ومع ادراكه لفكرة العشرات يكون بديهياً أن يدرك ما بعدها بالتدريج وأن يبتكر رموزاً متنوعة لكل مجموعة من تلك المجموعات (سارتون، 1991، ج1، ص ص58-59). وكما أن اعتماد الأصابع كأول وسيلة للعدّ أدى إلى نشأة النظام العشري في الحساب، فإنه كان للعدد (12) أيضاً مكانة لا تزال باقية حتى اليوم في تقسيم السنة إلى اثنا عشر شهراً، والدستة إلى اثنا عشرة قطعة، والقدم إلى اثنا عشرة بوصة، وفي جانب آخر فقد تم اتخاذ أعضاء مختلفة من جسم الإنسان كمعايير لقياس بعض الأطوال؛ ومن ذلك القدم للقدم، والذراع للذراع، والإبهام للبوصة، وكامل اليد للشبر (ديورانت، 2001 م1/ج1، ص135). ولا شك في أن القدرة على المقارنة مع ترتيب معين ثابت لنقاط أساسية في الجسم يُعد تطوراً مهماً لا يمكن إهماله في سياق تتبع أصول العدّ والحساب؛ فالقدرة على الترتيب تحتاج إلى خبرة طويلة في استعمال النقاط الأساسية الثابتة وتوزيعها دون وجود أعداد ذهنية مقرونة بها (الخوري، 2002، ص16). وهنا لابد أن الذكاء الفطري للإنسان قد لعب دوراً مهماً في توظيف ملاحظاته وخبراته السابقة لاستحداث أدوات أو أفكار تشبع حاجاته عملية كانت أم نظرية؛ فكما كان بحاجة إلى تطوير كتلة حجرية من فأس يدوي غير مشذب إلى آلات متعددة لإنجاز مهام متعددة، كذلك كان بأمس الحاجة لإيجاد نظم قواعد نظرية تضبط عالمه المادي، وتضمن انتظام مسيرته واستقرار حياته، ولذا يُلاحظ أن أغلب الإنجازات الحضارية البسيطة للإنسان الأول تكاد تكون هي ذاتها في معظم البؤر الحضارية المنفصلة عن بعضها والتي لم تكن تربط بينها أي صلات أو اتصالات.

إن معظم الأنظمة العددية تكرارية بمعنى أنها تصل إلى نقطة معينة كأن تكون (10) في النظام العشري ثم تبدأ مرة أخرى بإضافة الكلمات من واحد إلى عشرة كلاحقة لأساس النظام العددي؛ حيث تنطلق متوالية الأعداد من الرقم (1) إلى مالا نهاية، مثال ذلك عند السومريين أن العدد (10 ويُسمى أو u)، ومن مركباته جاءت أسماء الأعداد التالية؛ العدد (20 ويُسمى نيش niš)، والعدد (30 ويُسمى أوشو ušu أي ثلاث عشرات)، والعدد (40 ويُسمى نيش مين nišmin) أي 2×20، والعدد (50 ويُسمى نيش مين أو nišmin) أي 2×20+10، أما العدد (60) وهو العدد المركزي في النظام الرقمي السومري فإنه ينفرد باسم خاص به وهو (جش giš) (القطان، 2018، ص ص27-28). وإجمالاً يمكن القول بأن أسماء الأعداد من (1-10) تُعد من أقدم الكلمات وأكثرها استقراراً في أي لغة، وتبدو مرتبطة

بثقافة العصور القديمة، في حين أن الأسماء القديمة للأعداد الكبيرة مثال (100، 1000، 10.000 ...) فهي في الغالب غير مرتبطة بأشياء معينة الأمر الذي يُشير إلى اقتباس هذه الكلمات من لغات أخرى في مرحلة متأخرة، وبالتالي يُلاحظ أن أسماء الأعداد تشير إلى المراحل المختلفة في تطور نظم العدّ، وعلى سبيل المثال فإن كلمة (googol) هي تسمية لرقم كبير جداً هو واحد وعن يمينه مائة صفر، وهي تسمية حديثة العهد صاغها عالم أمريكي استنفذ البوادئ (prefixes) التي يمكن أن يصلها بالمقطع ليون (مليون، بليون، تريليون، زيليون ...)، وقد دخلت هذه الكلمة اليوم إلى العديد من اللغات الأخرى (ماكليش، 1999، ص ص21، 23-24).

لقد قضى الإنسان الجانب الأكبر من حياته على الأرض في مرحلة الصيد وجمع الثمار قبل معرفته للزراعة وتدجين الحيوان، وبالتالي فهو لم يستخدم الأنظمة العددية المعقّدة على مدار الجزء الأكبر من تاريخه، ويبدو أن ثمة تطوّر مشترك بين نظم العدّ وأنماط الإعاشة، أي إن أنواعاً محددة من أنماط الإعاشة كالزراعة -على سبيل المثال-كانت تشكّل ضغطاً لتطوير أنواع أكثر تعقيداً من الأعداد (أفريت، 2020، ص213-214). إن تحوّل البشر إلى الزراعة المستقرة أدى إلى وجود فائض، وهذا الفائض بدوره أدى إلى تكون الثروة، وترتّب على ذلك ظهور طبقة مُلاك الأراضي، كما أدت التجارة أو بالأحرى المقايضة إلى ازدهار بعض المهن كصناعة الفخار، والجلود، وطرق المعادن (ماكليش، 1999، ص50)، وهنا ظهرت الحاجة إلى تسجيل كميات السلع الناتجة عن الزراعة أو التصنيع أو كليهما، ولعل ذلك كان هو السبب المباشر لتطور نظم العدّ وظهور أولى أشكال الأعداد (أفريت، 2020، ص214).

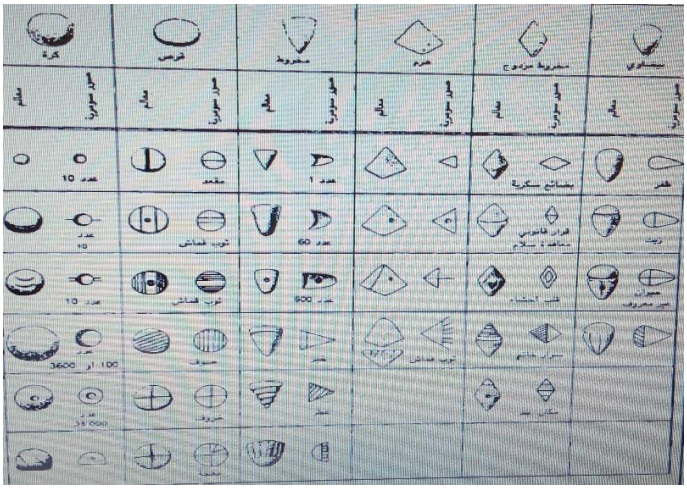
إن الأنظمة الاقتصادية الكبيرة التي تقوم على الزراعة والتجارة تتطلّب وجود التعقيد العددي كي تنجح، ومثل الأرقام المكتوبة فإن الحدود العددية الكبيرة تؤدي إلى نجاح الزراعة والتجارة؛ إذ إنها تسهّل عملية التمييز الدقيق بين جميع الكميات المعنية، بل أنه حتى بعض الأنشطة الزراعية التي يُفترض أنها بسيطة لن تكون ممكنة إن لم يسبقها وجود أنظمة عددية معقدة، وعليه يمكن القول بأن الثورة الزراعية لم تكن لتحدث إن لم يطوّر الإنسان مجموعات واسعة من الأعداد؛ لأنه يحتاج مفردات أو أسماء الأعداد وغيرها من الأدوات العددية حتى يتمكن من التمييز بين معظم الكميات بدقة، إن استخدام الأعداد مكّن الإنسان من متابعة دورة القمر، وتتبّع مواقع الشمس في أوقات مختلفة من العام، وتتبّع حدوث الاعتدال الربيعي والانقلاب الشتوي وكل ذلك كان ضرورياً ومهماً لمزاولة الزراعة، ومن دون الأعداد لن تكون مثل هذه المهام صعبة فحسب، بل مستحيلة (أفريت، 2020، ص ص214-215). لقد كانت الوسائل البسيطة المستخدمة في التدوين تلبّي معظم حاجات ومطالب الحياة والتجارة أول الأمر، غير أن أهدافاً على مستوى أعلى كتسجيل انتصارات حاكم ما، أو وضع تقويم، أو سن قوانين وتحديد ضرائب كانت تتطلّب أعداداً مكتوبة أكثر تطوراً لذلك فإن انقساماً قد حدث في كثير من المجتمعات القديمة بين فئات تستخدم الأعداد لأغراض عملية، وبين فئة تستخدمها في مهام تتعلق بالطقوس الدينية وشؤون إدارة الدولة، وتدريجياً صارت هذه الفئة من المجتمع هي النخبة، وأُعتبرت الأرقام المكتوبة التي تستخدمها أرقاماً خاصة وحتى مقدسة أحياناً (ماكليش، 1999، ص ص33-34).

لقد وُجدت فكرة العدّ والحساب لدى أغلب الجماعات البشرية الأولى غير أنها لم تبلغ ما بلغته حضارة وادي الرافدين في هذا المجال؛ فقد كان لها قصب السبق سواء على صعيد الظهور أو على صعيد التطوير، وقد ساعد على ذلك الأعمال المتعلقة بالفلاحة، وتوزيع الأراضي، وتنظيم شؤون الري، فضلاً عن توسع نطاق المبادلات التجارية مع المناطق المجاورة الأمر الذي أدى إلى ظهور الموازين والمكاييل والمقاييس المختلفة وتطوّرها بشكل تدريجي (عصفور، 1981، ص250). إن أقدم الوثائق السومرية المُكتشفة بالخصوص كانت عبارة عن سجلات لسلع متنوعة ارتبط تدوين الأعداد فيها بنوعية الأشياء المعدودة؛ فعلى سبيل المثال تم استخدام مجموعة من الرموز للإشارة إلى قطيع من الأغنام، ومجموعة رموز أخرى لمكاييل من القمح، وثالثة لمساحة الحقول وهكذا، وبداخل كل مجموعة كانت الوحدات الأصغر تُجمع مع بعضها البعض حتى تصل إلى الوحدة الأكبر التالية، والجدير بالذكر

أن أغلب المقاييس والموازين الحديثة تكون فيها الوحدات الأكبر مضاعفات كبيرة للوحدات الأصغر، في حين أن أنظمة وادي الرافدين كانت موضوعة بحيث لا يكون بها أكثر من عشر وحدات صغيرة في أي وحدة أكبر منها (ملفيل، 2015، ص468). وتؤكد الدراسات الحديثة أن المنطقة شهدت أولى محاولات الإنسان العملية في التسجيل والقياس، وكانت البداية باستخدام كتل من الطين تُحفر فيها ثقوب أو تجاويف صغيرة توضع فيها كرات صغيرة على هيئة حصى ذات شكل كروي أو مخروطي يتناسب مع شكل وسعة التجاويف الموجودة في تلك الكتل، وكانت كل حصاة تمثل عدداً محدداً يختلف عن غيرها من بقية الحصى من حيث الشكل والحجم (العاني، 2002، ص55).

ويرجح أنه قبل حوالي 8000عام كان سكان وادي الرافدين يعرفون مقايضة المحاصيل الزراعية والحيوانات فيما بينهم، وقد سهّل ذلك إدراكهم لإمكانية تمثيل الكميات بصورة رمزية، ونقلها عبر مسافات بعيدة. وربما كان ذلك يتم بطرق بدائية أول الأمر غير أنها آنذاك كانت ثورية بلا شك، تمثّلت في استخدام كرة مجوفة من الطين تُملأ بحصيات يمكن اعتبارها بمثابة عملة رمزية، فإذا اتفق أحدهم على بيع بضاعة ما لآخر -ولتكن مجموعة من الأغنام-فإنه يقوم بتسجيل هذا الاتفاق في كرة الطين؛ حيث توضع الحصيات التي تمثّل الكمية المحددة من الأغنام في تلك الكرة الطينية التي تُحرق بعد ذلك في الفرن حتى تتصلّب وتتحول إلى فخار، ومن ثم تصبح بمثابة سجل يمكن نقله وكسره حين الوفاء بالعقد، ولتسهيل عملية التسجيل يمكن الإشارة إلى عدد الحصيات الموجودة داخل الكرة على السطح الخارجي. وبمرور الزمن أُخترعت رموز خارجية محددة لتمثيل أنواع البضائع التي تتكرر كثيراً في المعاملات، وكان يمكن بعد ذلك مضاهاة هذه الرموز الخارجية مع عدد الحصيات الرمزية الموجودة داخل الكرة. ومما لا شك فيه أن نظام المضاهاة هذا قد سرّع وتيرة التعاملات الاقتصادية في ذلك الزمن الذي سبق ظهور العملات النقدية الفعلية (أفريت، 2020، ص ص52-53).

وفي مدينة نوزي قرب كركوك كشفت التنقيبات الأثرية في الفترة ما بين 1927-1930م عن وجود نظام مزدوج لتدوين الحسابات؛ فإلى جانب سجلات النُساخ كانت هناك على ما يبدو حسابات موازية عن طريق الحصى فيما يتعلق بتربية قطعان الحيوانات؛ فكل حصاة كانت تمثل حيواناً معيناً، وكل نوع من الحصى كان يمثل نوعاً من الحيوانات، وعند موسم الولادات كانت تُضاف إلى المجموعة الإجمالية حصيات أخرى بحسب نوع وعدد الحيوانات الجديدة، وكذلك الحال عند موت أو ذبح حيوان ما؛ حيث يتم حذف حصيات بحسب نوع وعدد الحيوانات النافقة أو المذبوحة (الخوري، 2002، ص21). إن الغلاف الخارجي للوح المكتشف في نوزي تضمّن إشارات إلى (48) حيواناً، وعند كسر الغلاف تبيّن وجود (48) حصاة بداخله، وقد عُثر على الكثير من نماذج تلك الحصيات التي تنوعت أشكالها ما بين الكروي والمخروطي والأسطواني والهرمي وغيرها (سليمان، 2000، ص40). إن بدايات استخدام هذه الطريقة في العدّ ترجع إلى حوالي الألف الثامنة قبل الميلاد، ثم انتشرت بشكل موسع خلال الألف السابعة، ومع ظهور التجمعات البشرية الكثيفة خلال الألف الرابعة قبل الميلاد، وتحولها تدريجياً إلى مدن، فضلاً عن اتساع مجالات الاقتصاد وتنوعها أخذت تظهر نماذج جديدة من الحصى المرفقة بإشارات وعلامات إضافية بالتوازي مع تنوع المنتوجات (الخوري، 2002، ص ص26، 30)، انظر نماذج من تلك الطبعات في الشكل التالي.



(الخوري، 2002، ص34)

وحوالي منتصف الألف الرابعة قبل الميلاد ظهرت الأغلفة الطينية؛ وكانت تُستخدم لتثبيت الأعداد، وهي عبارة عن ألواح صغيرة لا يتجاوز قياسها (4-5) سنتيمتر عليها علامات تمثل الأرقام تشبه كثيراً طبعات الدلالات الطينية التي تظهر على السطح الخارجي للكرات المجوّفة، وقد أُستخدمت لتكون بديلاً عن تلك الكرات إذ أنها كانت تؤدي الغرض نفسه ولكن بطريقة أكثر يسراً وسهولة (سليمان، 2000، ص41). إن الأغلفة الطينية سهّلت على التجار طبع نقوش أختامهم على الرُقم الطينية وفقاً للعادة السومرية الأمر الذي كان يُكسب أي صفقة صفة شرعية، ويُستدل على ذلك بالعثور على حوالي (350) غلافاً من هذا النوع تحمل كلها أختاماً، ولعل تلك الأغلفة كانت تستخدم كوصولات تسليم واستلام؛ حيث كان الوسيط يكسر الغلاف حين استلام البضاعة للتحقق مما أُرسل إليه، ولهذا كان لابد من وصول الغلاف سليماً، ولا شك أن أشكالاً أخرى للتعامل بهذه الاغلفة قد انتشرت في كافة أنحاء الشرق القديم (الخوري، 2002، ص ص36-37).

لم يكن نقش الأشكال على الأغلفة يهدف إلى تغيير أو تطوير نظام المحاسبة القائم على الحصى لكن هذا ما حدث فعلاً حيث لاقت الأغلفة ذات الطبعات نجاحاً وانتشاراً واسعاً لأنها كانت عملية الأمر الذي أدى إلى الاستغناء عن الحصى والكرات المجوّفة، والاكتفاء بتلك الطبعات على ألواح طينية مسطحة مرفقة بالختم (العاني، 2002، ص55)، وكانت الغاية من الختم هي تحديد هوية صاحبه، وموافقته أو شهادته على الاتفاق؛ حيث يُطبع الختم على الطين الطري للوح الذي يحمل تفاصيل الاتفاق بمعنى أن الأختام كانت تقوم مقام التوقيع حالياً (سليمان، 2000، ص41). لقد صارت الكميات تُمثّل ببساطة على رُقم طينية صغيرة؛ ذلك أن كل ما كان ضرورياً لحفظ العقود هو طريقة منهجية لتسجيل السلع والكميات الموجودة على ألواح الطين، ويرجح أن تكون الكتابة قد انبثقت بشكل تدريجي عن هذه الفكرة؛ ذلك أنه بمرور الزمن امتد استخدام هذا النظام الخاص بترميّز الكميات والسلع ليشمل أغراضاً أخرى، وظهرت رموز جديدة للسلع وغيرها من الأفكار مرة تلو مرة من خلال تطور النقوش الكتابية، وصارت وسائل تسجيل تلك الرموز المُصوّرة على الطين منظّمة باستخدام أقلام القصب لنقشها بدقة وبطريقة تتيح فهمها بسهولة (أفريت، 2020، ص53).

لقد ارتبط فك الرموز الرقمية السومرية بفك رموز الكتابة المسمارية [1]؛ حيث ساعد ذلك على التوصل إلى معرفة الأرقام السومرية بمقارنة الكثير من الألواح السومرية والبابلية، فضلاً عما عُثر

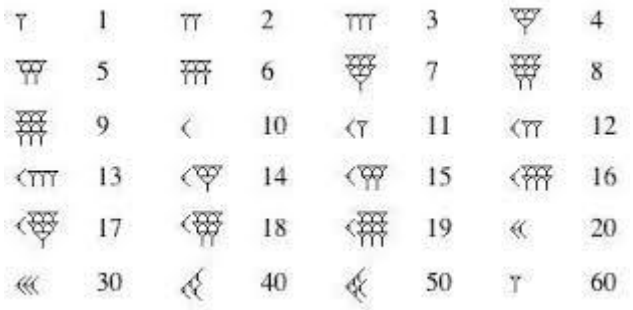
([1]) الكتابة المسمارية، سُميت بذلك نسبة إلى القلم المستخدم في الكتابة على الرُقم الطينية؛ حيث كان الكاتب السومري يطبع العلامة على الطين الطري وذلك بضغط نهاية القلم ذي المقطع قائم الزوايا وبشكل مائل تاركاً في كل مرة طبعة غائرة تتألف من خط مستقيم يمثل ضلع مقطع القلم قائم الزوايا، ومثلثاً غائراً يمثل طبعة زاوية مقطع القلم عندما يمسك القلم بشكل مائل ويضغط بزاويته على الطين، وبتكرار عملية طبع القلم تتألف على الطين-وفق شكل العلامة المُراد رسمها- تتشكل تلك العلامة وتظهر مؤلفة من مجموعة الخطوط-الأفقية والعمودية والمائلة- ينتهي كل خط منها بمثلث صغير غائر، ويظهر شكلها وكأنها مؤلفة من طبعة مجموعة من المسامير ومن هنا جاءت تسميتها بالكتابة المسمارية (سليمان،2000، ص47).

عليه من قواميس تترجم مفردات تلك اللغات إلى بعضها البعض، إلى جانب العديد من الألواح التي دُوّنت عليها تلك الأرقام ويقابلها لفظها الكتابي (الخوري، 2002ص ص77-78).

ويبدو أن أصل الكتابة لم يكن مرتبطاً بالنصوص الأدبية أو الدينية وإنما بالحاجات العملية المتعلقة بالعدّ والحساب؛ كتدوين أملاك المعابد، وإيرادات الأراضي والحظائر التابعة لها، ومن أجل ذلك كانت الحاجة ماسة لإيجاد رموز محددة للأرقام (ساكز، 1979، ص515)، كما أن تدوين وتنظيم المعاملات وتبادل السلع أدى بدوره إلى توحيد الموازين والمقاييس، وابتداع طرق للعدّ ووضع قواعد للحساب، وابتكار رموز مناسبة للأرقام تطورت وتنوعت مع التقدم الحضاري للبشرية (باقر، ج2، ص169). ولا شك أن الرموز العددية البسيطة تُعد أسهل استخداماً من الرموز المعقّدة؛ ذلك أنه كلما كانت الأعداد المكتوبة أبسط ازدادت قابليتها لإجراء عمليات حسابية معقّدة (ماكليش، 1999، ص34). إن تنامي متطلبات الحياة اليومية، إلى جانب تطوّر المستوى الفكري والحضاري للإنسان كان الدافع إلى تبلور فكرة العدد المجرد فبعد أن كان العدد عبارة عن شيء محسوس لا يمكن الاستدلال عليه من دون وجود قرينة مناظرة له أصبح شيئاً مجرداً يمكن معرفته دون وجود قرينة (التميم، 2008، ص6)، ومن هنا ظهرت الرموز المحددة للأرقام والتي تطورت شيئاً فشيئاً بمرور الزمن، الشكل التالي يوضح الأرقام السومرية القديمة في شكل طبعات على الطين، وهي تعود إلى الفترة ما بين 3200-2000ق.م، علماً بأنها اعتمدت النظام التجميعي؛ أي أنه لكتابة الرقم (9) على سبيل المثال لابد من تكرار رمز الرقم (1) تسع مرات وهكذا.

(القطان، 2018، ص183)

كما يوضح الشكل التالي الأرقام المسمارية المتطورة، والتي تعود إلى بداية الألف الثانية قبل الميلاد، وهي قائمة على رمزين فقط؛ رمز للرقم (1)، ورمز للرقم (10).



إن أولى العلامات الحسابية التي اهتدى إليها الكهنة السومريين كانت عبارة عن أشكال هندسية دائرية ومخروطية لحساب الأشياء الواردة للمعبد، لذلك كان الكهنة الأوائل في العصر السومري الأول هم كتبة العدّ أو أول المحاسبين في تاريخ وادي الرافدين، وتزخر النصوص السومرية بأصناف عدة من المحاسبين عبر العصور القديمة منهم على سبيل المثال: محاسب سجل المسارج، ومحاسب الفوائد والأرباح، والمحاسب الفلكي أو المختص بحساب الوقت والزمن، ومحاسب جباية مكوس الأراضي الزراعية، ومسجّل صوف الخراف، ومسجّل أنواع الحلويات والمرطبات، ومسجّل وسائط الركوب والدواب، ومسجّل المحاربين وغيرهم (الجميلي، 2001، ص ص79-80))، وتجدر الإشارة إلى أن مصطلح كاتب العدّ أو المحاسب (dub.sar.šid) كان يُطلق على معلمي الحساب بالمدارس السومرية القديمة، ثم ما لبث أن صار يُطلق على كل من يعمل في أي نشاط محاسبي وعلى رأس هؤلاء محاسبي

المعابد بعد أن تُلحق بالمصطلح كلمة (singa-سنكا) أي كاهن، وكلمة (šid-شد) تعني يعدّ، أما كلمة -dub) دُب) فتعني لوح طيني، وكلمة (sar-سار) تعني كتَبَ، وبجمع الكلمتين الأخيرتين تنتج عنهما عبارة كاتب اللوح الطيني؛ ذلك أن مصطلح دُب.سار ورد بصيغة التركيب وهي من خصائص اللغة السومرية التي تتسم بدمج كلمتين أو مقطعين أو أكثر لتأليف كلمات أخرى ذات معانٍ جديدة (الجميلي، 2001، ص ص10-11)

إن كل هذا التطوّر والتحوّل برز بوضوح إبان الألف الرابع قبل الميلاد وليس قبله، ويمكن إرجاع ذلك إلى بساطة عمليات المحاسبة خلال الفترات السابقة، فضلاً عن أن النضج النفسي لتحقيق مثل هذا التحوّل الذي كان سيرتبط مباشرة بتجريد الأفكار لم يكن قد اكتمل بعد، ولكن مع نشأة المدن وتطوّر التجارة، أمكن تحويل الحصيات بسرعة كبيرة نسبياً إلى رموز، الأمر الذي أدى بدوره إلى ظهور الكتابة، وبالتالي فإن آلاف السنين التي سبقت الألف الرابع قبل الميلاد كانت بمثابة المدخل الطبيعي والضروري للمرحلة التالية والتي كانت حاسمة وقصيرة (الخوري، 2002، ص38)، وهنا لا يجب إغفال دور تراكم الخبرات في خضم ذلك التسارع والتلاحق في تطوير عمليات العدّ البسيطة إلى مستويات أعلى من التوسّع والتعقيد، والتي يمكن ربطها بِسِمة أخرى جُبل عليها الإنسان ألا وهي التقليد مع السعي إلى التجديد وإضافة المزيد.

ويمكن تلخيص مراحل تطوّر العدّ والحساب فيما يلي(الخوري، 2002، ص37):-

1- مرحلة التعامل بالحصى أو الرموز المادية كشكل بدائي للتسجيل منذ نحو8000 عام ق.م.

2- مرحلة ظهور الأغلفة الطينية، ثم ظهور الطبعات عليها وذلك حوالي منتصف الألف الرابع قبل الميلاد.

3- مرحلة التخلي عن الأغلفة، والاكتفاء بالألواح الطينية التي كانت تُدرج عليها الأختام، وتُرسم عليها الطبعات مع تطور تقنية استخدام القلم، وذلك خلال الفترة ما بين 3300-3200ق.م.

4- مرحلة بداية الكتابة التصويرية الأولى حوالي عام 3100 ق.م، واقتران الرموز الجديدة بالتسميات المنطوقة، وقد كان ذلك بمثابة الخطوة الأولى نحو إدراك العدد بمعزل عن المعدود.

النتائج

- إن فكرة ابتكار وسائط للعدّ والحساب قد تبدو فكرة عفا عليها الزمن غير أن التأمل في كيفية نشأتها بإلقاء الضوء على الدوافع والمؤثرات التي قادت إلى ذلك في سياق الزمان والمكان يكشف عن مدى أهمية هذا الابتكار.

- إن التوصل إلى ابتكار العدّ والحساب سبق معرفة الإنسان للكتابة.

- إن الحاجات العملية كانت الدافع وراء ابتكار وتطور نظم العدّ والحساب.

- يمكن تعريف العدد بأنه الفكرة التي يُستدل عليها صوتياً باسم العدد، ورمزياً بالرقم.

- يمكن تبيّن أهمية العدّ والحساب في حياة البشر بالتأمل في مخلفات السابقين الأثرية واللغوية؛ حيث كانوا يعبرون عن الكميات المحددة بصورة منتظمة من خلال الأعداد منذ آلاف السنين: ممتلكات، أسرى، غنائم، بضائع، سنوات حكم ...الخ.

- أنه ما من جماعة على وجه الأرض مهما كان حظها من التحضّر إلا وكان ومازال وسيظل للعدّ والحساب صلات وثيقة بحياتها اليومية.

- إن إدراك البشر لوجود كميات محددة من الأشياء المحيطة بهم دفعهم إلى ابتكار تسميات لتلك الكميات، وغالباً ما كانت تلك التسميات مُشتقة من أسماء أعضاء الجسم.

- إن الحضور القوي للأصابع في الخبرة الإدراكية والحسية للبشر يعود إلى التناظر الجوهري بين اليدين؛ ذلك أن اختراع معظم أسماء الأعداد لم يكن نتاجاً لغوياً وثقافياً فحسب، وإنما يبدو كذلك ناتج النشاط الحيوي ليدي الإنسان.

- إن ابتكار أنماط متعددة من العدّ والحساب غيّر فهم الإنسان للكميات وساعده على تمييزها بدقة، والتعبير عنها بصور منتظمة استناداً إلى قدراته الفطرية.

- وأخيراً فإن ابتكار مفردات أو أسماء للأعداد الأساسية أدى إلى توسيع الأنشطة العصبية المرتبطة بالتفكير الكمي الأمر الذي دفع فيما بعد إلى ابتكار المزيد من الأسماء للمزيد من الأعداد جنباً إلى جنب مع توسيع وتطوير نظم العدّ.

المصادر والمراجع

ابن خلدون، عبد الرحمن محمد (2004). مقدمة ابن خلدون. ج2. ط1.دار يعرب. دمشق.

ابن منظور، أبو الفضل جمال الدين (2003). لسان العرب. د.ط. دار الحديث. القاهرة.

أفريت، كيليب (2020). الأعداد وبناء الإنسان. العدّ ومسار الحضارات الإنسانية. ترجمة الزهراء سامي. ط1. مؤسسة هنداوي للنشر. القاهرة.

التميم، عبد الله محمد علي (2008). العدد في اللغة الأكدية. رسالة ماجستير غير منشورة. جامعة الموصل.

الجميلي، عامر عبد الله (2001). الكاتب في بلاد الرافدين القديمة. رسالة ماجستير غير منشورة. جامعة الموصل.

الحميدة، سالم محمد (1975). الأرقام العربية ورحلة الأرقام عبر التاريخ. ط1. منشورات وزارة الإعلام. بغداد.

الخوري، موسى ديب (2002). قصة الأرقام عبر حضارات الشرق. ط1. وزارة الثقافة. دمشق.

الصيادي، أسامة زيد وهبة (2008). تاريخ الأرقام عبر الحضارات. ط1. دار الساقي. بيروت.

القطان، شعيب فراس (2018). مسائل رياضية في ضوء نصوص مسمارية منشورة وغير منشورة. رسالة ماجستير غير منشورة. جامعة بغداد.

العاني، دحام إسماعيل (2002). موجز تاريخ العلم. ج1. ط1. مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية. الرياض.

باقر، طه (2011). مقدمة في تاريخ الحضارات القديمة. ج2. ط1. دار الوراق. بغداد.

براون، سنثيا ستوكس (2010). تاريخ الأحداث الكبرى. ترجمة أيمن توفيق. ط1. المركز القومي للترجمة. القاهرة.

ديورانت، ول (2001). قصة الحضارة. م1/ج1. (د.ت). الهيئة المصرية العامة للكتاب. القاهرة.

حلو، برهان الدين (1989). حضارة مصر والعراق. ط1. دار الفارابي. بيروت.

سارتون، جورج (1991). تاريخ العلم. ج1. ترجمة لفيف من العلماء. ط1. دار المعارف. القاهرة.

ساكز، هاري (1979). عظمة بابل. ترجمة عامر سليمان. (د.ت). الموصل.

سليمان، عامر (2000). الكتابة المسمارية. ط1. دار الكتب للطباعة والنشر. الموصل.

سليمان، مصطفي محمود (1995). تاريخ العلوم والتكنولوجيا في العصور القديمة والوسطى. ط1. الهيئة المصرية العامة للكتاب. القاهرة.

عصفور، محمد أبو المحاسن (1981). معالم حضارات الشرق الأدنى القديم. ط1. دار النهضة العربية. بيروت.

فرانشيشتي، دونالد ر (2015). نظم الأرقام .العلم وأزمنته. ج1. ترجمة أيمن توفيق. ط1. المركز القومي للترجمة. القاهرة.

ماكليش، جون (1999). العدد من الحضارات القديمة حتى عصر الكومبيوتر. ترجمة خضر الأحمد وموفق دعبول. عالم المعرفة. الكويت.

مجمع اللغة العربية (2004). المعجم الوسيط. ط4. مكتبة الشروق الدولية. القاهرة.

ملفيل، دنكان ج (2015). الرياضيات في بلاد الرافدين. العلم وأزمنته. ج1. ترجمة أيمن توفيق. ط1. المركز القومي للترجمة. القاهرة.